|  |  |
| --- | --- |
| **Travaux dirigés en arithmétique pour la TCetE** |  |
| Exercice 1  Soit n un entier narurel  1°Montrer que - n = (n + 2)( - 2n+ 3) – 6  2°En déduire les valeurs de n pour lesquels  est un entier.  Exercice 2  Ecrire dans le système decimal :  a)Le nombre qui s’écrit en base 7.  b)Le nombre qui s’écrit en base 12 où a=10.  c)Le nombre qui s’écrit en base 2.  Exercice 3  1°a)Développer .  b)En déduire l’écriture en base 7 de .  2°a)Développer .  b)En déduire l’écriture en base 7 de .  Exercice 4.  1° Le nombre - 1 est-il premier ?  2°Soit p et q deux entiers naturels non nuls.  a)Montrer que 1 [ - 1 ].  En déduire que 1 [ - 1 ].  b)Montrer que - 1 est divisible par - 1 et  par - 1 .  3°Démontrer que , si est premier ,alors  N est premier.( raisonner par l’absurde).  Exercice 5  1°Déterminer le reste de la division euclidienne  Par 7 de avec n .  2°En déduire le rsete de la division euclidienne  Par 7 de .  Exercice 6.  1°Montrer que si deux si x et y sont premiers entre eux alors 2x+y et 5x+2y le sont aussi.  2°Déterminer les couples d’entiers naturels non  Nuls ( a ; b ) tel que  Exercice7  a)En utilisant l’algorithme d’euclide, montrer que 1981 et 1815 sont premiers entre eux.  b)Déterminer deux entiers relatifs a et b tels que  1981a + 1815b = 1.  c) Résoudre dans l’équation :  1981 x + 1815 y = 2.  Exercice 8  Trouver tous les couples d’entiers naturels non  Nuls a et b tels que  ab = 1734 et pgcd ( a ; b ) = 17.  Exercice 9  1°Résoudre dans 4 x – 5 y = 3.  2°Trouver le nombre N s’écrivant en base 6 ,  X et y vérifiant 4 x – 5 y = 3.  3°Trouver le nombre N’ s’écrivant en base 10  X et y vérifiant 4 x – 5 y = 3 . | Exercice 10.  1°Résoudre dans ( E ) 13 x - 84 y = 7.  2°Montrer que ,si ( x , y ) est une solution de ( E )  a)Alors 7 divise x .  b)Alors pgcd ( x , y ) est 1 ou 7 .  3°Déterminer les solutions de ( E ) telles que le  Pgcd ( x , y ) soit maximal.  En déduire les solutions de ( E ) telles que x et y  Soient premiers entre eux.  Exercice 11.  1°Déterminer pgcd( 2688,3024 ).  2°a) Résoudre dans ( E ) 8x + 9y = - 10.  b)Déduire de ( E ) les solutions de l’équation  ( E’ ) 2688x + 3024y= - 3360.  3°a) Montrer que les plans ( P ) et ( Q ) d’équations x + 2y-z = -2 et 3 x – y +5z = 0 se coupent suivant une droite ( D ) dont on donnera une représentation paramétrique .  b)Montrer que les coordonnées de ( d ) vérifient  ( E’ ) .En déduire les points de ( D ) dont les coor  Données sont des entiers relatifs.  Exercice 12  ( O , , ) est un ROND du plan complexe et f une application du plan dans lui-même qui à tout point M ( z ) associe M’ ( z’ ) telle que  Z’ = z et on définit une suite de points ()  De la façon suivante :  a pour affixe = ;  Pour tout entier n, f ( ).  On appelle l’affixe de .  1°Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de f. Placer , et .  2°Démontrer par récurrence que : pour tout n on a  = .  3°Soit deux entiers n et p tels que n p. Démontrer  que = ( n – p ) multiple de 12 .  4°a) Résoudre dans ( E ) 12x – 5y = 3.  b)En déduire l’ensemble des entiers naturels n tels  que appartienne à la demi-droite [O x ).  Exercice 13  On pose a=11n +3 et b = 13n – 1 avec n .  1°Montrer que pgcd ( a , b )= pgcd ( a , 50 ).  2°a)Résoudre dans 50x – 11y = 3.  b)En déduire les n tels que pgcd ( a, b ) = 50.  c)En déduire les n tels que pgcd ( a , b ) = 25.  Exercice 14. Résoudre dans le système :  - = 405 et 3 ppcm ( a , b ) = ab.  Exercice 15.1° Résoudre dans 11 p + 2 q = 90  2°Jean est encore un enfant, mais en l’an 2000,son âge était égal à la somme des chiffres de son année de naissance. En quelle année est-il né ? |