**LYCEE Joseph AMBOUROUE-AVARO**

 **Tél : 55 21 73 FAX : 55 12 02 BP : 236 PORT-GENTIL**

Devoir de maths N° 1, TA1

**Durée : 2h20**

Exercice (8points)

Partie A : **Résolution de systèmes** .

Résoudre graphiquement dans deux repères orthonormés distincts d’unité I cm les systèmes suivants :

 x≥ 0 0 ≤ x ≤4

 y ≥0 0 ≤ y ≤ 3

 ( S ) x + y ≤ 4 ( S’ ) 2x + y ≥ 5

 3 x + y ≤ 5 x + y ≥ 3

Partie B : **Application à la programmation linéaire.**

A l’occasion de la session 2009 du baccalauréat à Port-Gentil, une compagnie aérienne doit transporter 50 passagers et 300 kg de bagages. Pour cela, elle peut utiliser au maximum 4 avions de types A et 3 avions de type B. Un avion du type A peut transporter 20 passagers et 100 kg de bagages alors qu’un avion de type B peut transporter 10 passagers et 100 kg de bagages. L’entreprise n’est pas propriétaire de ces avions et doit les louer à une autre compagnie. La location d’un avion de type A lui coûte 15 millions de francs CFA et celle d’un avion de type B coûte 10 millions de francs CFA. On veut déterminer le nombre d’avions de chaque type que l’entreprise doit louer afin de minimiser ses coûts. On note x le nombre d’avion de type A et y le nombre d’avion de type B.

1°) Un des systèmes de la partie A est le système des contraintes de ce problème. Trouver –le avec justification.

2°) a°) Déterminer, en fonction de x et y, la fonction coût de location, notée C.

b°)Est-il possible de louer 2 avions de type A et 1 avion de type B ? Si oui, à quel coût correspond cette location ?

c°)Le coût de location peut-il être égal à 45 millions de francs CFA ? Si oui déterminer le nombre d’avions de chaque type permettant d’atteindre ce coût.

3°)Déterminer graphiquement le nombre d’avions de chaque type permettant d’avoir un coût minimal que l’on calculera.

*Problème.*( 12 points)

 Soit f la fonction de IR vers IR définie par : f ( x ) = $\frac{- x^{2}+ 5x-4}{x}$ .

 On appelle ( C ) sa courbe représentative dans un repère orthonormé ( O , I , J ) d’unité 1 cm.

1°a) Déterminer$ D\_{f}$, et les limites aux bornes de $D\_{f}$ .

b) Vérifier que f ( x ) = - x + 5 - $\frac{4}{x}$ pour tout x différent de 0 .

c) Démontrer que ( C ) admet comme asymptote oblique la droite ( D ) d’équation y = - x + 5.

d) Etudier la position de ( C ) par rapport à ( D) .

e) Préciser la deuxième asymptote de ( C ).

2°a) Calculer $f^{'}$ ( x ) , puis vérifier que pour tout x différent de 0 on a $: f^{'}$ ( x ) = $\frac{\left( 2-x \right)( 2+x )}{x^{2}}$ .

b) Etudier le signe de $f^{'}$ ( x ).

c) Donner le sens de variation de f et dresser son tableau de variation.

3° a) Déterminer les coordonnées des points d’intersections M et N de la courbe ( C ) avec l’axe des abscisses.

b) Déterminer les équations des tangentes ($ T\_{1}$ ) et ($ T\_{2}$ ) à ( C ) aux points d’abscisses respectives 1 et 4.

c) Déterminer les coordonnées du point d’intersection A des tangentes ( $T\_{1}$) et ( $T\_{2}$ ).

4° Construire les tangentes ( $T\_{1}$) et ( $T\_{2}$ ),la droite ( D ) et la courbe ( C ) avec soin.

 **LYCEE Joseph AMBOUROUE-AVARO**

 **Tél : 55 21 73 FAX : 55 12 02 BP : 236 PORT-GENTIL**

Devoir de maths N° 1 TB

 **Durée : 2h20**

Exercice ( 8 points)

Le plan est muni d’un repère orthonormé ( O ; I, J ) d’unité graphique 1 cm pour 15.

1°) Résoudre graphiquement le système ( S ) ci- après. X ≥ 0

 Y ≥ 0

 3 x + y ≤ 150

 X + 2y ≤ 90
 x + y ≤ 60

2°) Trois artisans A , B et C s’associent pour fabriquer des tables et des chaises. Chaque objet fabriqué passe successivement chez les artisans A, B et C. Pour fabriquer une table, les artisans A et B doivent travailler chacun pendant une heure et l’artisan C pendant trois heures. Pour fabriquer une chaise, les artisans A et C travaillent pendant une heure et l’artisan B pendant deux heures. Les artisans ne sont disponibles mensuellement au plus que 60 heures pour l’artisan A, 90 heures pour l’artisan B et 150 heures pour l’artisan C. Soit x le nombre de tables et y le nombre de chaises fabriquées mensuellement par ces artisans.

a°) Démontrer que le système de contraintes vérifiées par l’ensemble des couples ( x ; y ) est le système ( S).

b°)Exprimer en fonction de x et y ,le bénéfice mensuel des artisans sachant qu’une table génère un bénéfice de 20000 f CFA contre 5000 f CFA pour une chaise.

3°) a°) Est-il possible aux artisans de réaliser un bénéfice mensuel de 1500000 f CFA ? Justifier la réponse.

b°) Est-il possible aux artisans de réaliser un bénéfice mensuel de 900000 f CFA ? Justifier la réponse.

c°) Combien faut-il fabriquer mensuellement de tables et de chaises pour obtenir un bénéfice maximal ? Calculer ce bénéfice.

PROBLEME ( 12 points )

Soit f une fonction dont le tableau de variation est donné ci- dessous et ( C ) sa courbe représentative.

|  |  |
| --- | --- |
|   x | -$\infty $ 0 1 2 +$\infty $  |
|   $f^{'}$( x ) |  + 0 -  |  - 0 + |
|   f ( x ) |  -3-$\infty $ -$\infty $ |  + $\infty $ +$\infty $    1 |

 1° Par lecture de ce tableau de variation, déterminer :

1. $D\_{f }$ et les limites aux bornes de $D\_{f}$ .
2. $f $( 0 ) , f ( 2 ) , f ‘ ( 0 ) et f ‘ ( 2 ).
3. l’équation de la tangente à ( C ) au point d’abscisse 0.
4. Les extrémums de f et le signe de f ( x ) .

2° On admet que f est définie par : f ( x ) = $\frac{x^{2}- 3x+3}{x-1}$ .

1. Déterminer $D\_{f}$ et les limites aux bornes de $D\_{f}$ .
2. Montrer que f (x ) = x – 2 + $\frac{1}{x-1}$ pour tout x différent de 1.
3. Démontrer que ( C ) admet comme asymptote oblique la droite ( D ) d’équation y = x- 2.
4. Etudier la position de ( C ) par rapport à ( D) .
5. Préciser la deuxième asymptote de ( C ).

3°Construire avec soin ( C ) sans oublier les asymptotes dans un repère orthonormé d’unité 1cm.