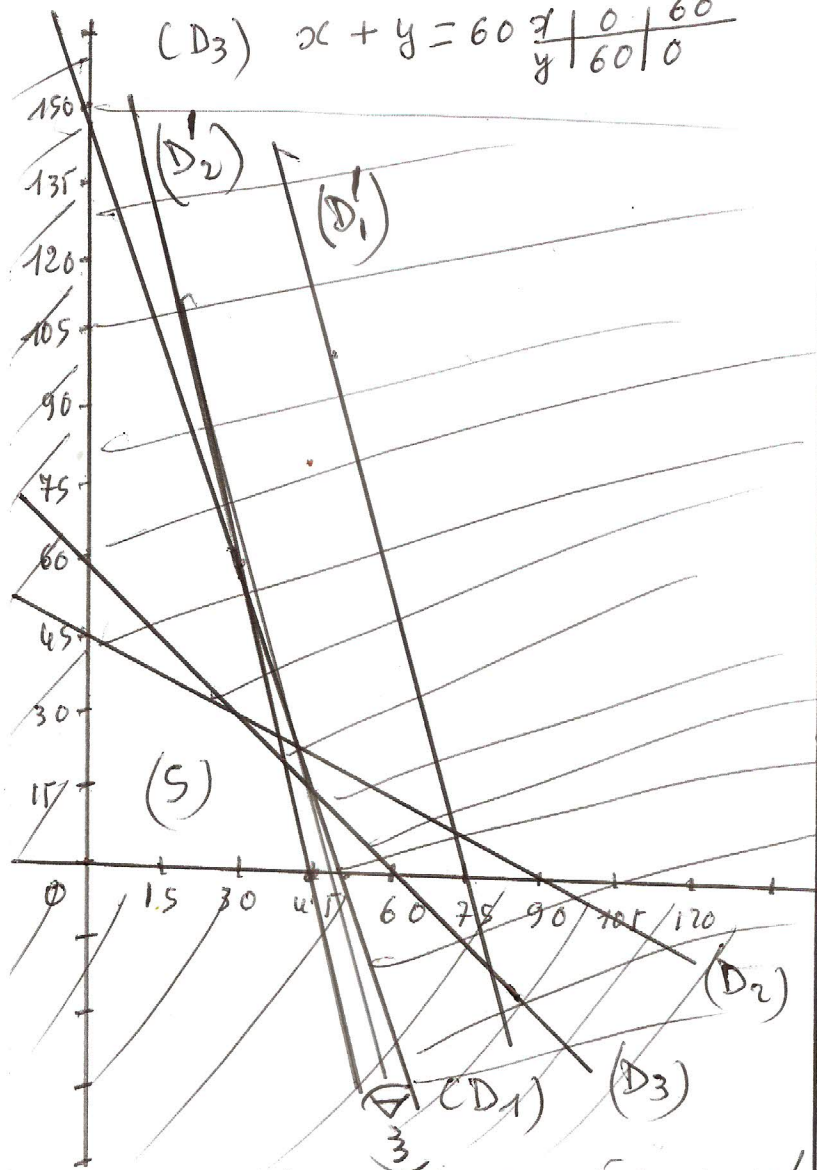


EXERCICE

(1)

1° (D₁) $3x + y = 150$ $\begin{array}{r|l} x & 0 \\ y & 150 \end{array} / 50$
 (D₂) $x + 2y = 90$ $\begin{array}{r|l} x & 0 \\ y & 45 \end{array} / 0$
 (D₃) $x + y = 60$ $\begin{array}{r|l} x & 0 \\ y & 60 \end{array} / 0$



La partie non hachurée représente la partie solution.

2° a) Tableau des données.

	Table		Contrainte
	x	y	
Artisan A	x	y	60
Artisan B	x	2y	90
Artisan C	3x	y	150
Bénéfice	20.000x	5000y	

D'après le tableau des données on a le système.

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 60 \\ x + 2y \leq 90 \\ 3x + y \leq 150 \end{cases} \text{ qui est le système (S).}$$

b) Fonction économique bénéfice

$$b = 20.000x + 5000y$$

3° a) Traçons la droite (D₁) correspondant à $b = 1500.000$ Fcfa.

$$1500.000 = 20.000x + 5000y$$

ou

$$300 = 4x + y \quad \begin{array}{r|l} x & 75 \\ y & 0 \end{array} / 50$$

La droite (D₁) qui correspond à $b = 1500.000$ F n'a aucun point commun avec (S) donc ce bénéfice est irréalisable.

b) Traçons la droite (D₂) pour

$$b = 900.000 \text{ on a } 900.000 = 20.000x + 5000y \text{ ou } 180 = 4x + y$$

$$\begin{array}{r|l} x & 45 \\ y & 0 \end{array} / 30$$

car (D₂) a au moins en commun avec la zone solution le point A(45, 0) dont les coordonnées sont entiers naturels.

c) La droite (D_m) d'admission à l'origine maximale, qui maximise passe par le point $M(45; 15)$ ce qui fait 45 tables et 15 chaises pour un bénéfice maximal de

$$b_m = 20.000 \times 45 + 5000 \times 15$$

$$b_m = 975.000 \text{ F c.f. a}$$

Problème

1° Par lecture du Tableau de variation on a :

$$a) D_f =]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

$$b) f(0) = -3; \quad f(2) = 1$$

$$f'(0) = 0 \quad f'(2) = 1$$

$$c) (T_0) \quad y = -3$$

d) -3 est le maximum de f sur $]-\infty; 1[$ (atteint en 0)

$0 - 3 < 0$ donc $f < 0$ sur $]-\infty; 1[$
1 est le minimum de f sur $]1; +\infty[$ (atteint en 2)

$2 > 0$ donc $f > 0$ sur $]1; +\infty[$

$$2^\circ a) f(x) = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$$

$$D_f = \mathbb{R} \setminus \{1\} =]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -\infty \text{ car } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1} x^2 - 3x + 3 = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 1} x - 1 = 0 \end{cases} (x=1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = +\infty \text{ car } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1} x - 1 = 0 \text{ (x=1)} \\ \lim_{x \rightarrow 1} x^2 - 3x + 3 = 1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$$

$$b) x - 2 + \frac{1}{x-1} = \frac{(x-2)(x-1) + 1}{x-1} = \frac{x^2 - 3x + 3}{x-1} = f(x) \text{ donc}$$

$$f(x) = x - 2 + \frac{1}{x-1} \text{ pour } x \neq 1$$

Remarque: Par division Euclidienne

$$\begin{array}{r} x^2 - 3x + 3 \quad \overline{) x - 1} \\ -x^2 + x \\ \hline -2x + 3 \\ 2x - 2 \\ \hline 1 \end{array} \text{ donc}$$

$$f(x) = x - 2 + \frac{1}{x-1} \text{ pour } x \neq 1$$

$$c) f(x) - (x-2) = \frac{1}{x-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$$

donc la droite (D) $y = x - 2$
est une asymptote oblique

$\bar{a} (c)$

$$d) \begin{array}{c|c|c} x \rightarrow -\infty & 1 & +\infty \\ \hline f(x) - y & - & + \end{array}$$

sur $] -\infty ; 1 [$ $f(x) - y < 0$ et (C)
est au dessous de (D)

sur $] 1 ; +\infty [$ $f(x) - y > 0$ et (C)
est au dessus de (D)

e) La droite d'équation $x = 1$
est une asymptote verticale

$\bar{a} (c)$

3

